注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2014 Korea International Mathematics Competition

21~26 July, 2014, Daejeon City, Korea

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題

答題時間：120 分鐘

答題指引：

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在下頁的對應位置填寫隊名、您的姓名及編號。
- 個人賽試題包括兩個部份，總分 120 分。
- 第一部份包括填充題 12 題，只須在空格內填寫**阿拉伯數值**答案，以其他文字書寫一律不計分，不須計算過程，若題目有不只一個答案，則**全部**答對才給分。每題 5 分，答錯不倒扣。
- 第二部份包括計算證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明，每題 20 分，根據答題情況給予部份分數。
- 本卷答題時間：120 分鐘。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色圓珠筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

隊名: _____ 姓名: _____ 編號: _____ 得分: _____

以下欄位由評審填寫，考生請勿做任何記號

題號	第一部份												第二部份			總分	評審簽名
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3		
分數																	
分數																	

第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

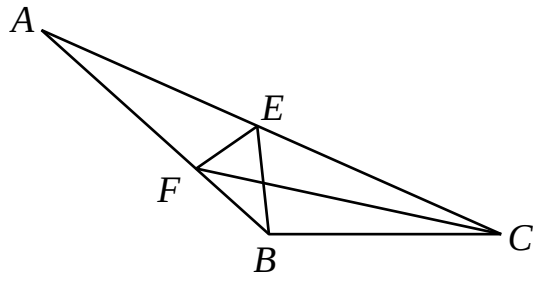
1. 已知 x 和 y 都是兩位數，且 x 是 y 的兩倍。若 x 的兩個數碼之和等於 y 的其中一個數碼，且 x 的兩個數碼之差等於 y 的另一個數碼，請問 y 的最大值為多少？

答：_____

2. 請問將 $1234567899 \times 1234567894 \times 1234567892$ 減去 $1234567891 \times 1234567896 \times 1234567898$ 後所得的差是什麼？

答：_____

3. 在$\triangle ABC$ 中，已知 $\angle CAB = 18°$ 且 $\angle BCA = 24°$。點 E 為邊 CA 上的一點使得 $\angle CEB = 60°$，且點 F 為邊 AB 上的一點使得 $\angle AEF = 60°$。請問 $\angle BFC$ 為多少度？



答：_____ °

4. 已知實數 x、y 與 z 滿足 $x - 7y + 8z = 4$ 且 $8x + 4y - z = 7$。請問 $x^2 - y^2 + z^2$ 的最大值為多少？

答：_____

5. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle CAB = \angle BCA = 45°$。點 L 為邊 BC 的中點，點 P 為邊 CA 上的一點使得 $BP \perp AL$。如果 $CP = \sqrt{2}$ cm，請問邊 AB 的長度為多少 cm？

答：_____ cm

6. 若 x、y 與 z 為三個連續的正整數，滿足 $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}+\frac{y}{x}+\frac{x}{z}+\frac{z}{y}$ 為整數，請問 $x+y+z$ 的值為多少？

答：_____

7. 已知實數 x 與 y 滿足 $x^3+y^3=1957$ 且 $(x+y)(x+1)(y+1)=2014$. 請問 $x+y$ 的值是多少？

答：_____

8. 在平行四邊形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60°$，點 E、F 分別是邊 BC 與 CD 的中點。BD 交 AE 於點 M、交 AF 於點 N。如果 $AB=15$ cm、$AD=8$ cm，請問 MN 的長度為多少 cm？

答：_____ cm

9. 有 A、B、C 三人與另外 5 個小孩圍著一張圓桌坐下，如果 A 必須與 B 相鄰，但 A 不能與 C 相鄰，請問共有多少種不同的編排方式？（如果一種編排方式通過旋轉能得到另一種編排方式，則認為這兩種編排方式是相同的）

答：_____ 種

10. 已知整數 n 滿足 $(\frac{21}{n}-2)^2-2(\frac{21}{n}-2)=n+42$ ，請問 n 的最大值為多少？

答：_____

11. 對於每位數碼為 0 或 2 且不超過 10000000000 的所有這樣的正整數，請問數碼 0 共有多少個？

答：_____

12. 已知 A、B、C 與 D 為一個圓周上依次排列的四個點。若 $AD=BD=50\sqrt{3}$ cm、$AC=106.8$ cm 且 $\angle CAD=30°$，請問線段 BC 的長度為多少 cm？

答：_____ cm

第二部份：

計算及證明題，請在題目下面空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 黑板上分別寫著 1 至 2014 這 2014 個正整數的倒數。小明對這些數進行操作：每一步，他擦掉黑板上兩個數，並算出這兩個數之和再加上這兩個數的乘積，然後把結果寫在黑板上。最後，黑板上只剩下一個數，請問這個數的最大值為多少？

答：_____

2. 在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC = \angle ACB = 30°$。點 O 滿足 $OA = OC = 1$ cm、$OB = 2$ cm、且$\angle CAB = \angle CAO + \angle OAB$ 。請問邊 BC 的長度為多少 cm？

答：_____ cm

3. 大田塔由 7 個大小不同的穿孔圓盤和三根排成一列的杆子構成，這些圓盤從大到小按照從下往上順序疊在第一根杆子上。現在打算把這些圓盤從第一根杆子移到第三根杆子。在每步移動中，一根杆子最上面的圓盤可以移到一根相鄰杆子的最上面，因此不允許直接從第一根杆子移到第三根杆子或從第三根杆子移到第一根杆子。大圓盤任何時候都不能疊在小圓盤上面。請問至少需要移動多少步才能完成任務？

答：_____